

INDICE GENERALE

Introduzione	7
CAPITOLO PRIMO	
MUTAMENTI NEL PENSIERO MATEMATICO	
1. Introduzione	15
2. La geometria come paradigma di teoria matematica	19
2.1 Gli <i>Elementi</i> di Euclide	22
2.2 La critica al quinto postulato fino a Saccheri	26
2.3 I «precursori» delle geometrie non euclidee	30
2.4 La scoperta delle geometrie non euclidee	42
2.4.1 La «Scuola» di Gauss	43
2.4.2 Lobačevskij e Bolyai: la geometria iperbolica	49
2.4.3 Bernhard Riemann: la geometria ellittica	58
2.4.4 I «modelli» euclidei delle geometrie non euclidee	60
2.4.5 Sguardo conclusivo sulle geometrie non euclidee	68
3. L'evoluzione dell'algebra nel Continente e in Inghilterra	74
3.1 L'algebra nel Continente	75
3.2 L'algebra in Inghilterra	80
Bibliografia	94
CAPITOLO SECONDO	
IL RINNOVAMENTO ALGEBRICO DELLA LOGICA	
1. La logica deduttiva nella prima metà dell'Ottocento fino a Boole	96
2. Il sorgere dell'algebra della logica: considerazioni introduttive	113
3. L'opera di Augustus de Morgan	117
4. La «rivoluzione» booleana	131
5. L'algebra della logica nell'Ottocento dopo Boole	153
6. I contributi di Peirce e di Schröder	171
7. Dall'algebra della logica alla logica algebrica	193
7.1 Algebra della logica o calcoli logicisti?	196
7.2 La teoria dei reticoli e l'algebra universale	206
7.3 Metamatematica e logica algebrica	229
Bibliografia	259

CAPITOLO TERZO

LA NASCITA DELLA LOGICA MATEMATICA

1. Preliminari	261
2. L'aritmetizzazione dell'analisi e i suoi sviluppi	269
2.2 Definizione di Cantor	274
2.3 Definizione di Dedekind	276
2.4 Numeri reali e continuo	283
2.5 L'assiomatizzazione dell'aritmetica	290
3. La teoria degli insiemi cantoriana	302
4. La sistemazione della logica moderna e la logicizzazione della matematica: Gottlob Frege	332
4.1 Frege «contro» predecessori e contemporanei	334
4.2 Scansione cronologica e momenti fondamentali della teoria logica di Frege	340
4.3 La definizione di numero naturale e la caratterizzazione della successione numerica	351
4.4 L'antinomia di Russell	355
5. L'assiomatica moderna: David Hilbert	358
Bibliografia	378

CAPITOLO QUARTO

LE ANTINOMIE E IL PROBLEMA DEI FONDAMENTI

1. La crisi dei fondamenti	380
2. Nuovi orizzonti: i primi venti anni del nostro secolo	409
2.1 Il logicismo di Bertrand Russell	410
2.2 Il «primo» Hilbert e Zermelo	432
2.3 I «semiintuizionisti» francesi e il «primo» Brouwer	448
2.4 Riepilogo. La scuola italiana	456
3. Nuovi orizzonti: gli anni venti	463
3.1 La rottura della Grande Logica. Logiche non classiche	465
3.2 Le critiche al sistema di Zermelo. Proposte alternative	487
3.3 Logicismo: la «revisione» di Ramsey	505
3.4 Hilbert e la scuola formalista	517
3.5 Brouwer e la scuola intuizionista	530
3.6 Conclusione sugli anni venti	539
Bibliografia	544

CAPITOLO QUINTO

LA SVOLTA DEGLI ANNI TRENTA

1. Introduzione	546
2. L'opera di Kurt Gödel fra il 1930 e il 1940	558
3. La semantica tarskiana	575
4. La «formalizzazione» della logica e della matematica intuizioniste	585
5. La «revisione» del programma hilbertiano. Gerhard Gentzen	610

6. La precisazione del concetto di «effettivo»: la teoria della ricorsività	624
Bibliografia	662
CAPITOLO SESTO	
DOPO LA SECONDA GUERRA MONDIALE	
1. Introduzione	664
2. Lo sviluppo della teoria dei modelli	665
3. La teoria della dimostrazione	691
4. La metamatematica dell'intuizionismo	711
5. Logiche non classiche	718
6. La teoria degli insiemi da Gödel a Cohen	752
Bibliografia	794
CAPITOLO SETTIMO	
LE NUOVE PROSPETTIVE DEGLI ANNI SESSANTA	
1. Insiemi, definibilità, costruzioni	796
1.1 La teoria degli insiemi dopo Cohen	796
1.2 La generalizzazione del concetto di effettivo	814
1.3 La teoria dei combinatori e il concetto di funzionalità	819
2. Sviluppi dell'indagine metamatematica	831
2.1 Costruzioni e dimostrazioni: la matematica intuizionista	832
2.2 Teoria della dimostrazione	845
2.3 Problemi di decisione	849
2.4 Model-theoretic algebra e linguaggi infinitari	862
3. Applicazioni della teoria dei modelli	879
Bibliografia	894
CAPITOLO OTTAVO	
OSSERVAZIONI CONCLUSIVE	896
Indice dei nomi	919
Indice analitico	934